Date de rendu du rapport : une semaine après la fin du labo à 18:00

Professeur : Marcos Rubinstein (marcos.rubinstein@heig-vd.ch)

Domaines temporel et fréquentiel

Domaine temporel

Dans cette partie du laboratoire, vous allez générer utilisant Matlab un signal modulé en AM dont le message est une sinusoïde.

Modulation avec un message sinusoïdal

Générez d'abord le message $m(t)$, qui est dans cette première partie du laboratoire un signal sinus ou cosinus. Utilisez pour ce message une fréquence dans la fourchette de fréquences typiquement transmises dans les communications téléphoniques, de 20 Hz à 4 kHz. Vous pouvez sélectionnez un index de modulation μ_a entre 0.5 et 1.

Q1 : Tracez le signal et montrez une capture en fonction du temps. Dans le graphique, sélectionnez le maximum de l'axe du temps pour qu'il soit égale à deux périodes du message.

Comme nous avons vu dans la théorie, $m_n(t)$ est le signal normalisé du message.
Générez maintenant le signal modulé $s(t)$. Souvenez-vous de la forme mathématique du signal modulé en fonction du message normalisé et de l'index de modulation est la suivante :

$$s(t) = A_p \left(1 + \mu_a m_n(t)\right) cos(\omega_p t) \qquad (1)$$

La fréquence de la porteuse doit être beaucoup plus grande que la fréquence du message.

En vous basant sur le signal modulé que vous venez de créer, ainsi que sur les cours de théorie, répondez aux questions suivantes sur la représentation du signal dans le domaine fréquentiel :

Q2 : Faites un sketch du spectre du signal (la fréquence dans l'axe horizontal et l'amplitude dans l'axe vertical) pour montrer quel devrait être son contenu fréquentiel.

La transformée de Fourier

Nous avons vu qu'une onde périodique peut être exprimée comme la somme d'un nombre généralement infini de sinus et de cosinus (plus une constant que nous avons appelé a_0 et qui correspond à un cosinus de fréquence 0). Le signal exprimé ainsi est appelé une série de Fourier.

On peut généraliser le concept de séries de Fourier à des signaux de durée limitée et qui ne sont donc périodiques. Dans ce cas, on utilise la transformée de Fourier.

La définition de la transformée ainsi que de la transformée inverse de Fourier données en ce qui suit sont une généralisation des équations utilisées pour obtenir les coefficients de la série de Fourier.

La transformée de Fourier $F(\omega)$ d'un signal $f(t)$ est définie par l'intégrale suivante :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt \qquad (2)$$

La transformée inverse de Fourier est donnée par l'équation

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t}d\omega \qquad (3)$$

La transformée de Fourier peut être calculée dans Matlab à l'aide de la fonction fft (voir l'utilisation de cette fonction plus bas).
La transformée de Fourier $F(\omega)$ est en général complexe. En d'âtres mots, elle a une partie réelle et une partie imaginaire. Souvenez-vous que les nombres complexes peuvent être exprimés de deux façons :

- en fonction de leur partie réelle et leur partie imaginaire. Par exemple, $z = a + jb$ où a est la partie réelle, b est la partie imaginaire et $j = \sqrt{-1}$

- en fonction de la magnitude et l'argument qui n'est autre que l'angle par rapport à l'axe réel : $z = |z|e^{j\theta}$, où $|z|$ est la magnitude calculée comme $\sqrt{a^2 + b^2}$ et θ est l'angle calculé comme $tan^{-1}(\frac{b}{a})$.

Dans Matlab, on peux calculer la magnitude en utilisant la fonction $abs(F(z))$.

Voici comment utiliser la fonction fft pour calculer la transformée de Fourier d'un signal $f(t)$:

On suppose que le signal $f(t)$ est échantillonné dans un vecteur x

Le code suivant peut être utilisé dans Matlab :

```
% Calculer la transformé de Fourier
y=fft(x);
% Utiliser fftshift pour que la fréquence centrale soir au milieu
yDoubleSided=fftshift(y);
%Extraire la moitié de droite du spècre
ySingleSided=2*yDoubleSided((length(y)-1)/2+1:length(y));
%Calculer le vecteur de fréquences
freqs=0:Fs/length(y):Fs/2;
%Créer le graphique de la magnitude
plot(freqs,abs(ySingleSided))
title('Magnitude fft')
xlabel('fréq (Hz)')
ylabel('Amplitude')
```

Q3 : Utilisez la transformée de Fourier telle qu'elle a été décrite pour calculer le spectre du signal modulé générée précédemment et affichez le résultat.

Q4 : Comparez le contenu fréquentiel de la transformée de Fourier avec votre réponse à la question Q2 et commenter s'il y a des différences.

Démodulation

Vous allez maintenant démoduler le signal modulé en amplitude généré précédemment afin dans récupérer le message transmis.

Pour démoduler le signal, nous allons utiliser la méthode du carré de l'onde modulée que nous avons vu en théorie. Vous pouvez vous référer au support du cours pour comprendre la base de cette méthode.
Les pas à suivre seront suivis un à un avec des graphiques intermédiaire afin de pouvoir débugger le code plus facilement si nécessaire.

Q5 : Calculez le carré de l'onde modulée et affichez graphiquement le résultat :

Q6 : A l'aide de Matlab, appliquez, au carré du signal modulé, un filtre passe-bas. Affichez graphiquement le résultat. Il y a plusieurs types de filtre qui peuvent être utilisés. Par exemple, le filtre de type butterworth qui a une réponse très plate dans la bande passante, peut être généré et utilisé de la manière suivante :

*** Cette information se trouve dans de nombreux sites Internet mais en l'occurrence, elle a été produite par Chat GPT ne mars 2023*** :

La fonction MATLAB pour appliquer un filtre Butterworth est butter().
La fonction butter() conçoit un filtre Butterworth et renvoie les coefficients du filtre sous forme de polynômes numérateur et dénominateur. La syntaxe de la fonction est :

[b, a] = butter(n, Wn, typeDeFiltre)

où :
n est l'ordre du filtre,
Wn est la fréquence de coupure (ou les fréquences de coupure) normalisée(s) à la fréquence de Nyquist (la moitié de la fréquence d'échantillonnage), et
typeDeFiltre spécifie le type de filtre à concevoir, tel que 'low', 'high', 'bandpass', or 'bandstop'.

Les variables de sortie b et a sont des vecteurs contenant les coefficients du filtre des polynômes numérateur et dénominateur, respectivement. Ces coefficients peuvent être utilisés avec la fonction filter() pour appliquer le filtre à un signal.
Par exemple, le code suivant applique un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 5 avec une fréquence de coupure de 0.2 normalisée à la fréquence de Nyquist à un signal x :

```
fs = 1000; % Fréquence d'échantillonnage
fc = 100; % Fréquence de coupure
Wn = fc / (fs/2); % Fréquence de coupure normalisée
n = 5; % Ordre du filtre
[b, a] = butter(n, Wn, 'bas'); % Conception du filtre Butterworth
y = filter(b, a, x); % Application du filtre au signal x
```

Q7 : En utilisant la formule dérivée de la méthode que vous avez appliquée pour votre démodulation, affichez graphiquement le message après démodulation :

Demodulation AM d'un signal un peu plus élaboré

Comme vous le savez déjà, une note musicale d'un instrument peut être synthétisée par la somme d'un nombre infini de sinusoïdes, chacune avec son amplitude et sa phase.

Nous voulons transmettre une note d'un instrument utilisant seulement les 6 premières sinusoïdes ayant les fréquences, amplitudes et phases données à la tabelle ci-dessous :

Fréquences	Amplitudes	Phases en radians
494, 2*494, 3*494, 4*494, 5*494, 6*494	0.1155, 0.3417, 0.1789, 0.1232, 0.0678, 0.0473, 0.0260, 0.0045, 0.0020	-2.1299, 1.6727, -2.5454, 0.6607, -2.0390, 2.1597, -1.0467, 1.8581, -2.3925

Notez que jusqu'à cette exercice-ci, nous avons utilisé des sinus et des cosinus au lieu de ce qui est demandé d'utiliser ici : des sinus avec des phases. C'est en fait tout à fait équivalent. Pourquoi ? Pensez à l'identité trigonométrique qui permet d'exprimer le sinus de la somme de deux angles.
Si vous n'arrivez pas à voir la base de l'équivalence, demandez au personnel enseignant.

Q10 : Construisez le signal et montrez-le graphiquement. Il va être le message à transmettre :

Q8 : A partir de maintenant, vous pouvez réutiliser ce que vous avez fait précédemment pour le signal sinusoïdal.
Utilisez le signal comme message et préparer l'onde modulée. Montrez le signal graphiquement.

Q9 : Démodulez le signal en utilisant la méthode du carré et montrez le résultat.

Q10 : Utilisez la fonction soundsc pour envoyer le message au haut-parleur de votre ordinateur. Reconnaissez-vous l'instrument ?

a. Oboe
b. Trompète
c. Flute