

## Modulation numérique

Dans la modulation numérique, nous utilisons des techniques similaires à celles utilisées pour la modulation analogique mais le but est de transmettre des informations sous forme binaire.

Comme dans les cas de la modulation analogique, une porteuse sinusoïdale est utilisée pour transmettre les uns et les zéros :

$$p(t) = A_p \cos(\omega_p t) \quad (1)$$

Nous avons supposé ici que la phase de la porteuse est nulle.

A différence de la modulation analogique, le message dans le cas de la modulation numérique est un bloc de bits. La longueur du message dépend de l'application. Un exemple d'un message pourrait être 101100. Il contient six bits mais il aurait pu en contenir des milliers ou des millions.

Le processus de modulation est le suivant.

1. Choisir une méthode de modulation. Des exemples sont BPSK, QPSK, ASK, OOK, QAM, etc.
2. Séparer le message en sous-groupes de bits de longueur égale au nombre de bits par symbole de la modulation choisie. Par exemple, dans BPSK, chaque symbole peut transporter un seul bit. Dans le cas du message donnée dans l'exemple (101100), la séparation donne 1, 0, 1, 1, 0, 0. Si on choisit QPSK, qui permet de transmettre deux bits par symbole, la séparation donnerai 10, 11, 00.
3. Observer la constellation de la méthode de modulation et associer les symboles aux sous-blocs du point 2. Pour illustrer ceci, supposons que nous choisissons QPSK comme illustré à la figure :

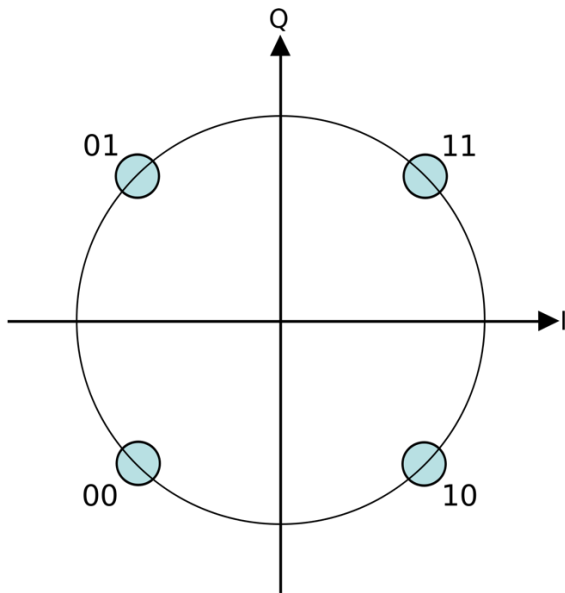


Figure 1. Constellation de la modulation QPSK

Puisqu'il y a trois blocs de 2 bits chacun (10, 11, 00), nous allons transmettre d'abord le signal correspondant au quadrant supérieur gauche (10), ensuite le signal correspondant au signal du quadrant supérieur droit (11) et finalement le signal correspondant au quadrant inférieur gauche (00).

4. Nous devons maintenant générer les signaux correspondant à chacun des symboles. Souvenez-vous que le diagramme de constellation de la figure 1 nous informe sur l'amplitude et la phase du signal à transmettre. Ci-dessous, nous avons reproduit le diagramme de constellation de la figure 1 avec les informations d'amplitude et de phase.

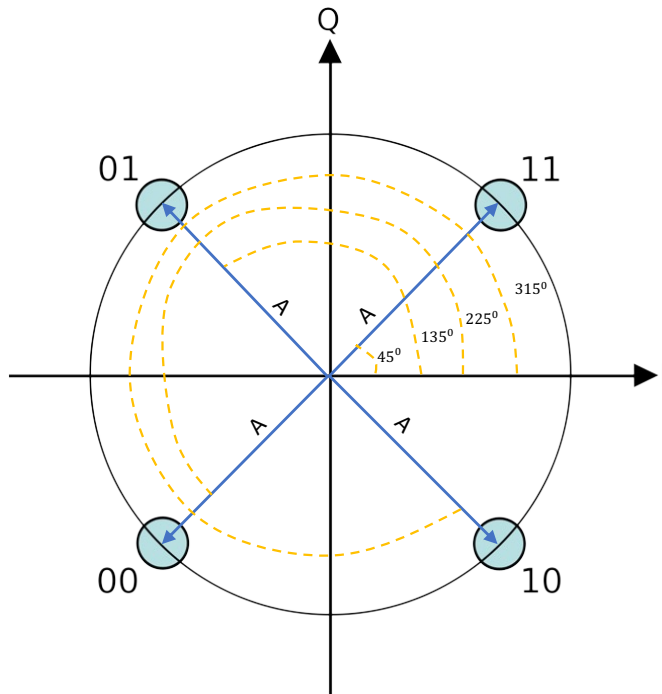


Figure 2. Constellation de la modulation QPSK avec les amplitudes et les phases.

Pour transmettre les bits 101100, nous devons donc transmettre de manière séquentielle les signaux qui correspondent respectivement à 10, 11 et 00. Ces signaux sont les suivants :

$$s_{10}(t) = A\cos(\omega_p t + 135^\circ) \quad (2)$$

$$s_{11}(t) = A\cos(\omega_p t + 45^\circ) \quad (3)$$

$$s_{00}(t) = A\cos(\omega_p t + 225^\circ) \quad (4)$$

Chacun de ces signaux est ploté ci-dessous avec  $A=1$ .

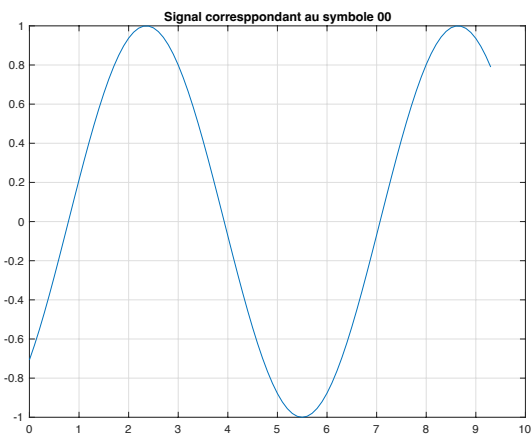
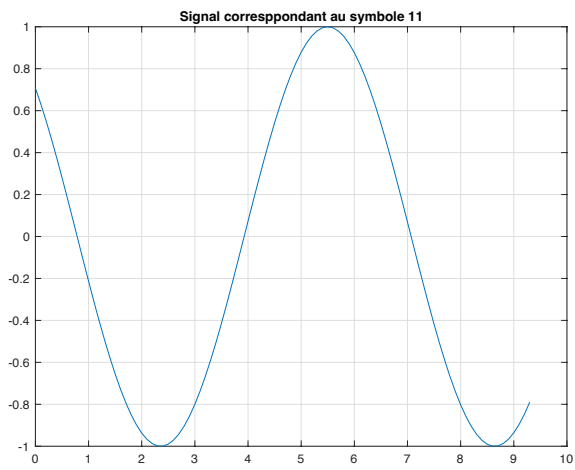
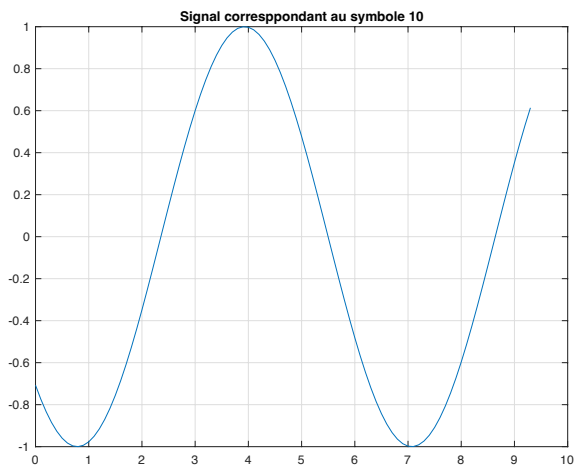


Figure 3. Signaux des symboles 10, 11 et 00.

Le signal qui correspond au message est montré à la figure ci-dessous.

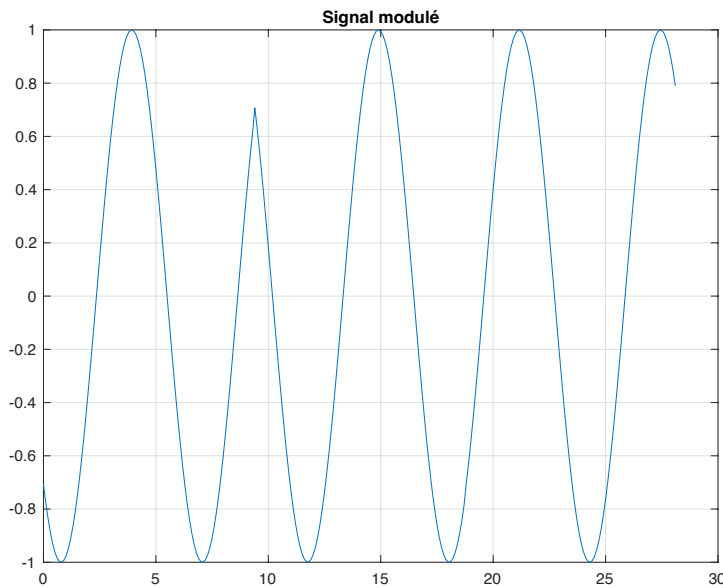


Figure 4. Message complet 011100.

La modulation dans ce cas spécifique a été réalisée utilisant les équations (2) à (4). Pour chacun des symboles, il a fallu générer un signal avec une amplitude et une phase spécifique.

Dans la pratique, il est nettement plus aisé de changer l'amplitude d'un signal à l'aide d'amplificateurs que de changer la phase. Nous allons maintenant montrer qu'il est possible de générer un signal sinusoïdal d'une amplitude et une phase voulue sans de manière très simple, en additionnant un sinus et un cosinus avec phase zéro mais dont les amplitudes ont été choisies de manière appropriée. En d'autres mots, nous allons montrer qu'un signal sinusoïdal arbitraire  $s(t) = A\cos(\omega_p t + \phi)$  peut être exprimé comme la somme de deux sinusoïdes simples comme suit

$$s(t) = A\cos(\omega_p t + \phi) = A_x\cos(\omega_p t) + A_y\sin(\omega_p t) \quad (5)$$

Utilisez des identités trigonométriques pour trouver des expressions pour les valeurs de  $A_x$  et  $A_y$  en fonction de  $A$  et  $\phi$ .

$$A_x = \quad (6)$$

$$A_y = \quad (7)$$

Avant de les écrire dans ce document, demander au personnel enseignant de les contrôler.

Question : montrez dans le diagramme ci-dessous à quoi les amplitudes  $A_x$  et  $A_y$  correspondent dans le diagramme de constellation ?

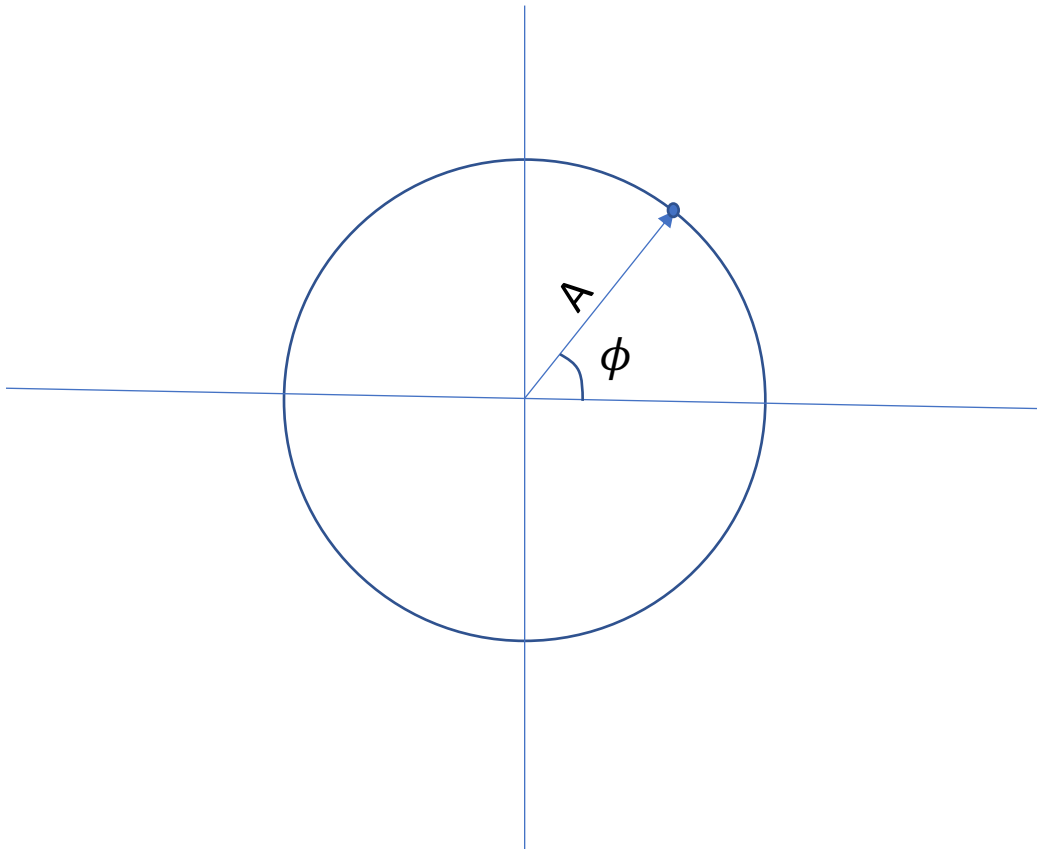


Figure 5. Signification de  $A_x$  et  $A_y$ .

## Démodulation

La démodulation des signaux numériques peut se faire se basant sur l'équation (5).

Nous allons montrer la procédure complète ici, à partir du message, en passant par la génération du signal contenant le symbole, le transmettant, le réceptionnant et le démodulant.

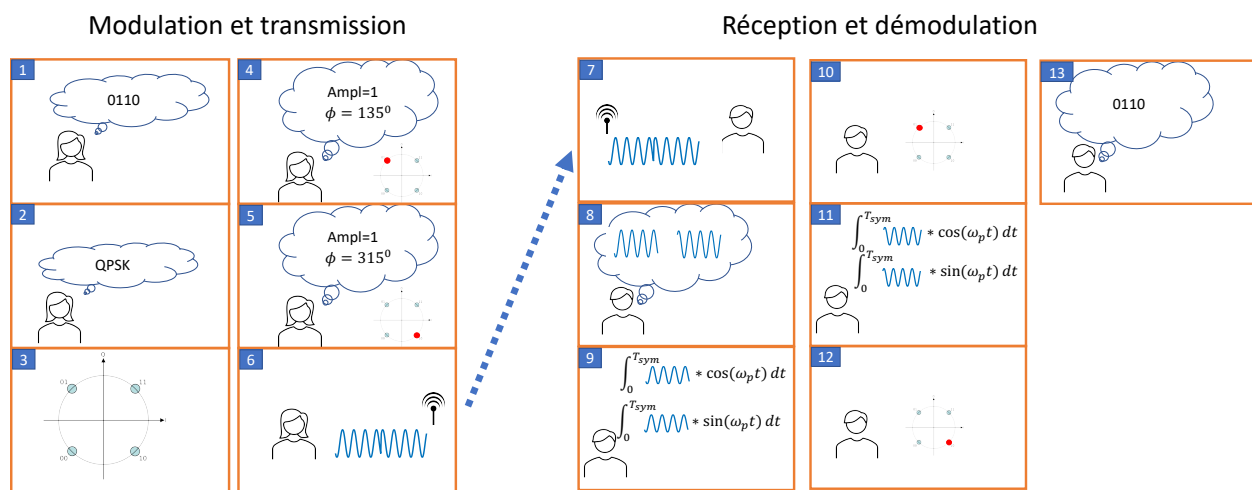


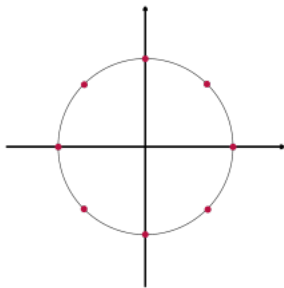
Figure 6. Processus de modulation, transmission, réception et démodulation

1. Le message est égal à 0110.
2. La méthode de modulation choisie est QPSK.
3. La constellation QPK et l'association des symboles avec les bits est dessinée.
4. Le premier symbole est choisi. Il permet de transmettre les deux premiers bits, 01.
5. Le deuxième symbole est choisi pour transmettre les deux derniers bits, 10.
6. Les signaux avec les amplitudes et les phases obtenues du diagramme de constellation sont produits, concaténés et injectés à l'entrée de l'antenne.
7. Le signal se propage par l'air et arrive à l'antenne réceptrice où il est détecté et possiblement enregistré.
8. Les symboles sont séparés les uns des autres puisque le temps d'un symbole est connu.
9. Le premier symbole est intégré après l'avoir multiplié par un cosinus et par un sinus.
10. Utilisant les résultats des intégrales, c'est possible de déterminer quel symbole du diagramme de constellation avait été transmis.

11. Le deuxième symbole est aussi intégré après l'avoir multiplié par un cosinus et ensuite par un sinus.
12. Les résultats du point 11 sont utilisés pour déterminer quel symbole du diagramme de constellation avait été transmis.
13. Connaissant les points dans le diagramme de constellation, on obtient finalement le message.

### Exercices

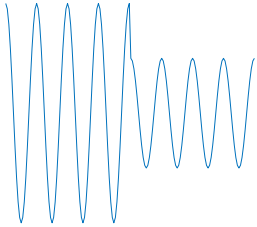
1. Un système de transmission numérique utilise la constellation de la figure ci-dessous.



- a. Assignez un ou plusieurs bits comme il convient pour ce type de constellation.
- b. Écrivez l'équation pour chacun des symboles



2. Un émetteur utilisant la modulation numérique produit le signal ci-dessous :



a. Sachant que tous les symboles de la constellation sont représentés au moins une fois dans ce signal et qu'il n'y a pas de changement de phase entre les symboles, dessinez la constellation.

b. De quelles informations auriez-vous encore besoin pour déterminer quels sont les bits transmis ?

3. Vous recevez le signal modulé suivant correspondant à un seul symbole :

$$s(t) = 4\cos(1000t + 2.356)$$

L'argument de la fonction est en radians.

Représentez le symbole dans un diagramme de constellation.

4. On vous donne une fonction qui représente un symbole dans un signal modulé :

$$s(t) = -4\sin(1000t) - 4\cos(1000t)$$

Représentez le symbole dans un diagramme de constellation.

5. Le signal suivant représente un symbole dans un signal modulé :

$$s(t) = 4\cos(1000t - 0.3926990817)$$

- a. Représentez le signal dans un diagramme de constellation.
- b. Quelles sont les valeurs des composantes en phase et en quadrature de ce signal ?  
La composante en phase est la distance avec signe (elle peut être négative) entre l'origine et la projection sur l'axe horizontal du point qui représente le symbole.  
La composante en quadrature est la distance avec signe (elle peut être négative) entre l'origine et la projection sur l'axe vertical du point qui représente le symbole.
6. Montrez que la composante en phase d'un symbole reçu peut être obtenue en intégrant son produit par  $\cos(\omega t)$  sur un nombre entier de périodes de la porteuse.

7. Montrez que la composante en quadrature d'un symbole reçu peut être obtenue en intégrant son produit par  $\sin(\omega t)$  sur un nombre entier de périodes de la porteuse.