

OSER – Série 2 bis – Corrigé

Matrices

Définitions

1. Donner les dimensions des matrices suivantes :

a. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow 2 \times 3$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow 3 \times 3$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow 5 \times 4$

d. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow I_3$

2. Ecrire des matrices correspondant aux dimensions suivantes :

a. $4 \times 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

b. $3 \times 4 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c. $2 \times 2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

d. $I_6 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Transposition de matrices

3. Transposer les matrices suivantes :

$$\text{a. } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix}, B^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 0 & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{d. } D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \rightarrow D^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Addition de matrices

4. Effectuer les sommes de matrices suivantes :

$$\text{a. } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 10 \\ 4 & 10 & 2 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{d. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \text{impossible, les dimensions ne correspondent pas}$$

Multiplication de matrices

a. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 16 & -2 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 17 \\ 11 & 27 & 33 \\ 1 & 2 & -43 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \\ 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 11 & 14 & 7 \\ -1 & -2 & -1 \\ -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 7 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 7 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$